

# A logikai képességek és a számfogalom szintjei óvodáskorban

**Bagota Mónika, ELTE TÓK Matematika Tanszék, Budapest**  
**Pintér Klára, SZTE JGYPK TOKI Matematika Szakcsoport, Szeged**  
**Szabóné Szitányi Judit, ELTE TÓK Matematika Tanszék, Budapest**

## 1. Bevezetés

A Magyar Tudományos Akadémia elnöke 2016-ban nyílt pályázatot hirdetett olyan, 4 éven át történő kutatások támogatására, amelyeknek célja alapvetően új vagy a hazai módszertani hagyományokra építő, megújuló eljárások és segédeszközök által alkotott komplex tanítási módszerek tudományos igényű megalapozása, illetve a tudásátadás pedagógiai szemléletének és módszereinek megújítását célzó kutatások gyakorlati megvalósítása. A nyertes pályázók közül az egyik az MTA-ELTE Korszerű komplex matematikaoktatás kutatócsoportja<sup>1</sup>, amely módszertani kutatásokat végez, több kutatócsoportban. A kutatócsoportok egyike „A matematikai fogalomalkotás az óvodában” kutatócsoport.

A kutatócsoport tapasztalatai alapján nagy különbségek figyelhetők meg nemcsak az iskolába lépő gyermekek gondolkodásában, hanem a matematikai gondolkodáshoz kapcsolódó különböző területek között is. A matematikai fogalomalkotás az óvodában kutatócsoport a logikai képességek és a számfogalom szintjeinek meghatározásához széleskörű, játékos, tevékenységen alapuló vizsgálatot végez. Ezzel a vizsgálattal szeretnénk feltérképezni gyerekek közötti különbségeket, valamint a számfogalom és a logikai képességek közötti kapcsolatot. Kutatásunkhoz feladatlapokat és különböző eszközöket készítettünk, továbbá minden feladatlaphoz részletes értékelőlapot is terveztünk.<sup>2</sup> Napjainkban a közoktatásban igen fontos szerepet kap az óvoda-iskola átmenetének kérdése, így kutatásunk többféle szempontot adhat a szakmai közösségek résztvevői számára is.

Ebben a munkában szeretnénk ízelítőt adni az általunk készített logika és számfogalom feladatlapokból, és a hozzájuk tartozó eszközökből, továbbá az általunk végzett vizsgálatok eredményéből is.

## 2. Módszer

A tevékenységen alapuló vizsgálatokat (előzetes felkészítés után) az ELTE Tanító- és Óvóképző Karának, valamint az SZTE Juhász Gyula Pedagógusképző Karának másodéves óvodapedagógus hallgatói hajtották végre azokban az óvodákban, ahol a külső gyakorlatukat végezték. Minden hallgatónak két olyan óvodást kellett keresnie, akik a vizsgálat idején legalább 5 és fél, de legfeljebb 7 évesek voltak, így összesen 366 óvodás gyermeket sikerült a vizsgálatba bevonni.

Kutatásunkhoz feladatlapokat és különböző eszközöket készítettünk, továbbá minden feladatlaphoz részletes értékelőlapot is terveztünk. A logikai képességek szintjeinek meghatározásához megterveztünk egy olyan logikai készletet, amelyről úgy gondoltuk, hogy jól illeszkedik az óvodás korú gyermekek életkori sajátosságaihoz.

### 2.1. Macis logikai készlet<sup>3</sup>

<sup>1</sup> <https://sites.google.com/view/mtakomplexmat/kezd%C5%91lap/a-projektr%C5%911> (letöltve: 2019.05.06.)

<sup>2</sup> <https://sites.google.com/view/mtakomplexmat/a-matematikai-fogalomalkot%C3%A1s-az-%C3%B3vod%C3%A1ban?authuser=0> (letöltve: 2019.05.06.)

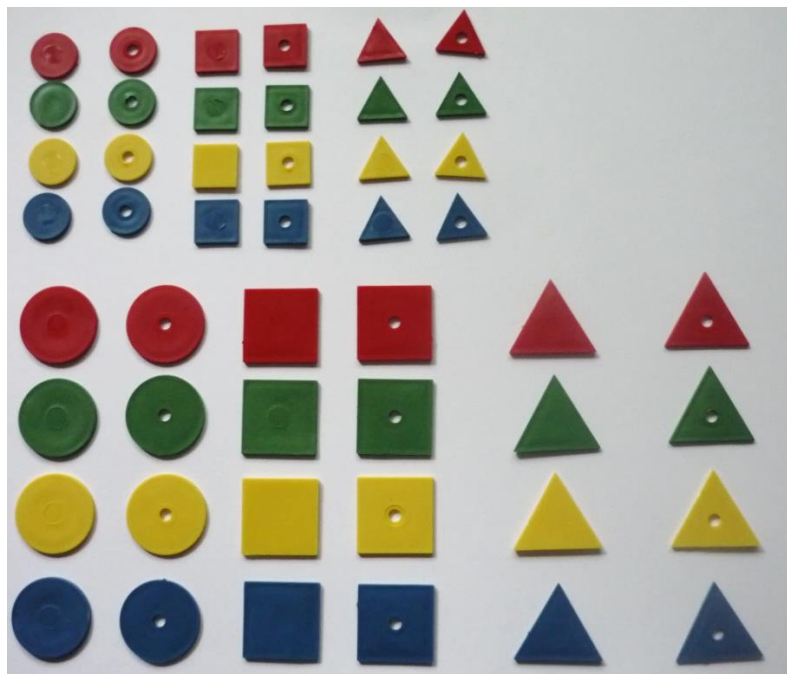
<sup>3</sup>A Macis készlet ötlete az alábbi szakdolgozathoz származik: Verestóy B. 2016. *Logikai játékok alkalmazhatósága az óvodában*. Budapest: Eötvös Loránd Tudományegyetem. (Témavezető: Dr. Bagota Mónika)

„A logikai készletet a matematikatanítás megújítása kapcsán fejlesztette ki Varga Tamás matematikus. Piaget fejlődéslélektani kutatásait felhasználva úgy gondolták, hogy érdemes már kicsi korban elkezdni a matematikai fogalmak alapozását az életkornak megfelelő szinten. Így kerültek be az alsó tagozatos matematika tananyagba a halmazok, a kombinatorika, számrendszerek stb. tárgyi tevékenységekre, konkrét tapasztalatokra alapozva. ... Varga Tamás és munkatársai a Komplex matematikai tanítási program keretében kidolgozták ennek a tananyagát, és eszközeit, amelyek egyike a logikai készlet” (Pintér 2013).

A logikai készlet Magyarországon legelterjedtebb változata műanyag lapokból áll, amelyben az elemeknek négy tulajdonsága változik:

- szín: kék, zöld, piros vagy sárga;
- alak: négyzet, háromszög vagy kör;
- lyukasság: lyukas vagy teli (nem lyukas);
- méret: kicsi vagy nagy.

A logikai készletben nincs két teljesen egyforma elem, mindegyik elem legalább egy tulajdonságban különbözik bármelyik másik elemtől.



1. sz. kép: A teljes logikai készlet

A képen látható, hogy a teljes logikai készlet 48 elemből áll.

A Macis logikai készletben a macik háromféle színű pólót (zöld, kék, sárga) viselnek, fiúk vagy lányok (a lányoknak rózsaszín masnijuk van), és vidámak vagy szomorúak, így a teljes készlet  $3 \cdot 2 \cdot 2 = 12$  maciból áll.



2. sz. kép: Macis logikai készlet

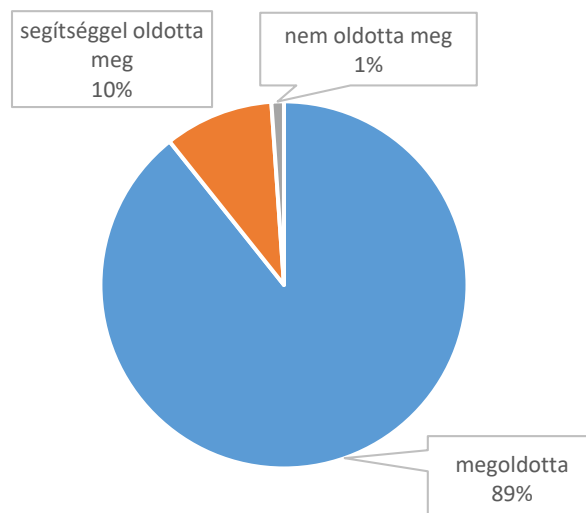
Nagyon fontosnak tartottuk, hogy a gyerekek alaposan megismerkedjenek a készlettel, mielőtt maga a vizsgálat elkezdődne, így az ismerkedési fázisról nem kellett feljegyzést készíteniük a hallgatóknak. A későbbi feljegyzésekből egyértelműen kiderül, hogy a gyerekeknek nagyon tetszettek a macik, a vizsgálatot így játékként és nem feladatként élték meg.

Tekintsünk át a vizsgálatban szereplő tevékenységek közül néhányat és azok eredményeit!

1. Kiradjuk az asztalra a készlet elemeit össze-vissza.

- a) Nézd meg jól a macikat! Megtalálod-e azt a macit, amelyiknek kék a pólója, fiú és vidám?  
(A gyermek hozzányúlhat a készlethez.)
- b) Nézd meg jól a macikat! Megtalálod-e azt a macit, amelyiknek zöld a pólója, lány és vidám? (A gyerek most ne nyúljon a készlethez.)

Mivel ez a vizsgált tevékenységek sorában nem az első feladat volt, eddigre a gyerekek már alaposan megismerkedtek a készlettel, így ez a feladvány semmilyen nehézséget sem okozott számukra, még abban az esetben sem, amikor a gyerekek már nem nyúlhattak hozzá a készlethez, ezt mutatja a 89%-os magas megoldási arány is.

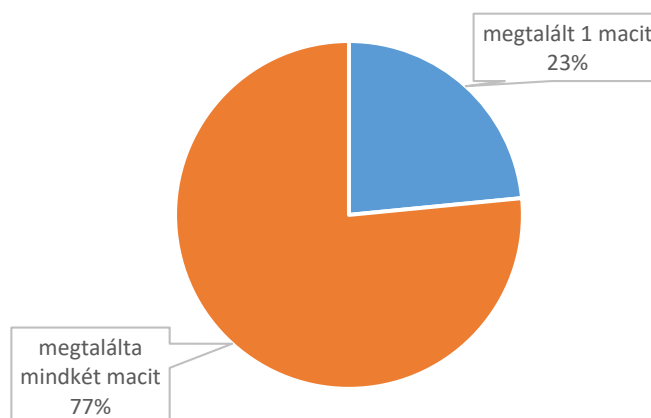


c) *Nézd meg jól a macikat! Találsz-e olyan macit, amelyiknek zöld a pólója és vidám? Itt biztassuk a gyereket arra, hogy húzza félre azokat a macikat, amelyekre igaz az állítás.*

A feladat két megoldása:



A diagramból jól látható, hogy minden gyerek megtalált legalább egy macit, és nagyon biztató, hogy a gyerekek háromnegyede megtalálta a feladat mindkét megoldását.

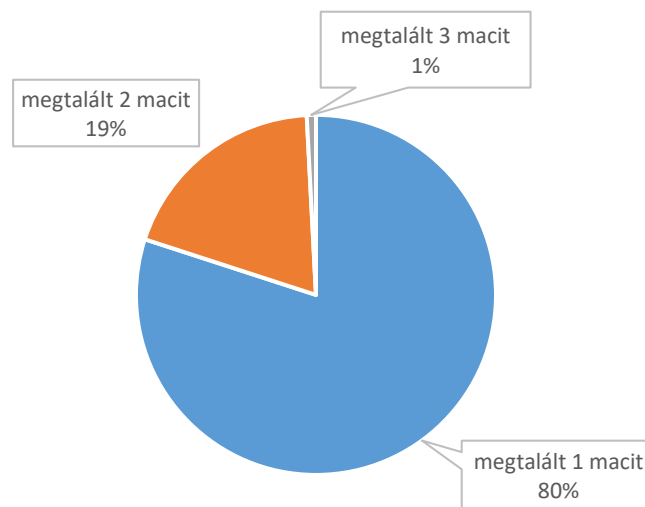


d) *Nézd meg jól a macikat! Találsz-e olyan macit, amelyik lány és szomorú? A gyerek nem nyúlhat a készlethez.*

A feladat összes megoldása:



Bár az előző részhez képest itt két nehezítés is található – a gyerekek nem nyúlhattak a készlethez, és a feladatnak összesen 3 megoldása van – mégis meglepő az, hogy milyen kevés óvodás talált meg egynél több macit. Különösen meglepő ez a szám az előző (c) feladatréz magas megoldási eredménye után.



Megjegyzés az értékelőlapról:

„Amikor nem rendezgethette a macikat, jóval tovább gondolkodott.”

„Fel kellett hívnom a figyelmét arra, hogy több maci is lehet, amire igaz az állítás.”

2. A gyerekeknek ezúttal a macikat kell sorba rakniuk a következő történet alapján:

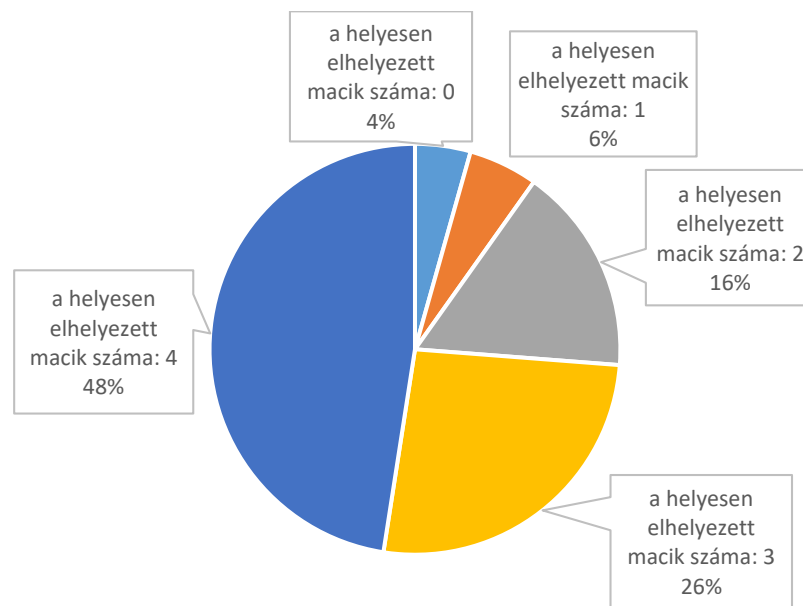
a) Néhány maci egy napon elkóborolt a Kerek Erdőben. Találkoztak a Furfangos varázslóval, aki megígérte nekik, hogy megmutatja a kivezető utat, ha sikerül sorba állniuk úgy, ahogyan ő szeretné. Azt kérte, hogy a vidám, zöld pólós fiú maci álljon előre, mögötte pedig az a maci legyen, aki csak abban különbözik tőle, hogy a pólója sárga színű. A harmadik egy lány maci legyen, de semmi másban ne különbözzön a második macitól. Végül az utolsó maci csak abban különbözzön az előtte állótól, hogy ne legyen vidám.

Tudsz segíteni a maciknak, hogy megtalálják az erdőből kivezető utat?

A feladat megoldása:



Ez nehéz feladat volt, mégis a gyerekek 48%-a jól rakta sorba mind a négy macit, és további 26%-uk is három macit jól helyezett el. A mese nagyban segítette őket a feladat helyes megoldásában.



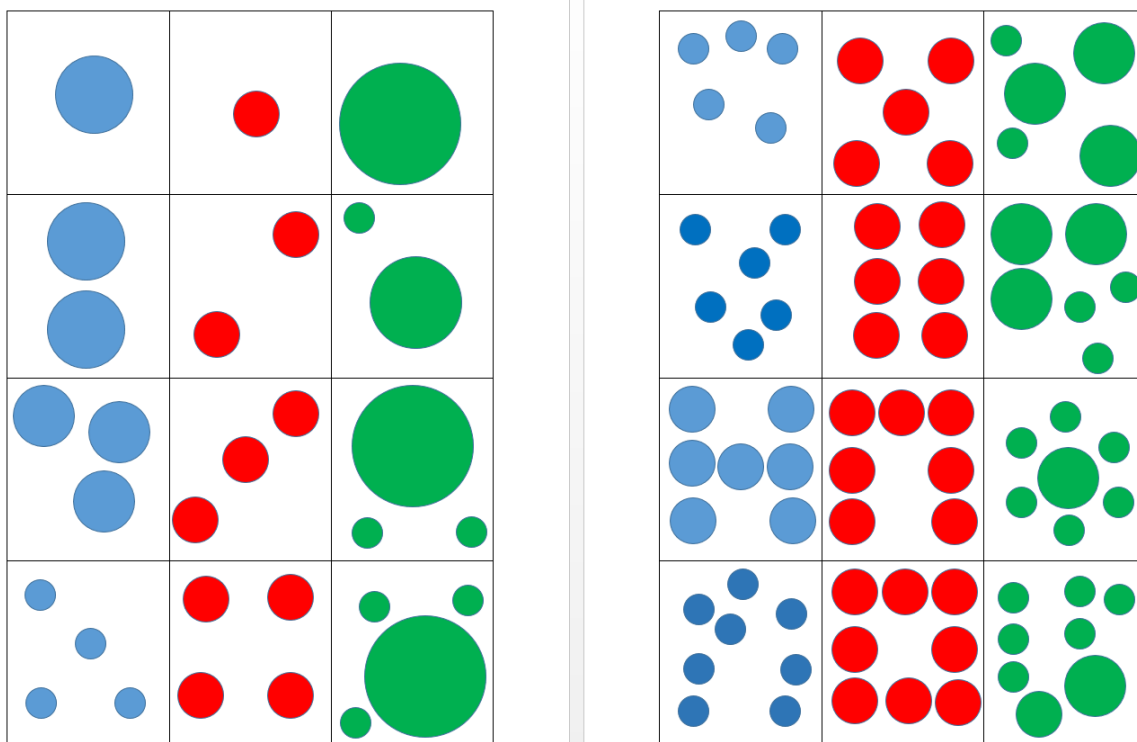
## 2.2. Számfogalom feladatlap

A számfogalom szintjeinek meghatározásához olyan feladatlapot készítettünk, amely szem előtt tartja, hogy a természetes szám fogalma lényegében két tapasztalati bázison épül: egyrészt darabszámként ismerkednek a gyerekek a számokkal, másrészt mérőszám-tartalommal (C. Neményi 2010: 6). A feladatok végigkövetik a számfogalom épülésének fő lépéseit:

1. az első érzékszervi tapasztalatok mennyiségi viszonyokról, a többről, a kevesebbről: az összehasonlítás;
2. összemérés, kölcsönösen egyértelmű megfeleltetés; az ugyanannyi és ugyanakkora kapcsolat állandósága, megmaradása;
3. párosítás, összemérés közvetítéssel;
4. kis számok megragadása „összkép” alapján;
5. számok, mint a számlálás, és mint az egységgel való mérés eredménye (C. Neményi 2010).

Tekintsük át a számfogalom feladatlapban szereplő tevékenységek közül az egyik legjellemzőbbet és ennek eredményeit! (Azért választottuk ezt a feladatot, mert nagyon szépen reprezentálja a számfogalom épülésének több lépését is.)

*A pöttyös kártyákkal játszunk.*



3. sz. kép: A pöttyös kártyák<sup>4</sup>

- a) Kirakunk egy kártyát. Rakj rá egy olyat, ami ugyanolyan színű!  
 b) Kirakunk egy kártyát, amin 3 pötty van. Rakj rá egy olyat, amin ugyanannyi pötty van!  
 c) Kirakunk egy kártyát, amin 6 pötty van. Rakj rá egy olyat, amin ugyanannyi pötty van!

A feladat a), b) és c) része elvárásainknak megfelelően nagyon könnyűnek bizonyult a gyerekek számára, mindhárom részt a gyerekek legalább 92%-a megoldotta. Érdekes, hogy míg a feladat b) és c) részét is a gyerekek 92%-a oldotta meg, ugyanakkor a feladat b) részét a gyermekek 51%-a oldotta meg számlálással és 49%-a ránézésre, a feladat c) részét pedig a gyermekek 71%-a oldotta meg számlálással és csak 29%-a ránézésre. (A kis számok felismerése összkép alapján az elvárásainknak megfelelően csökkent azáltal, hogy kisebb számot követően nagyobbat kellett felismerniük a gyerekeknek.)

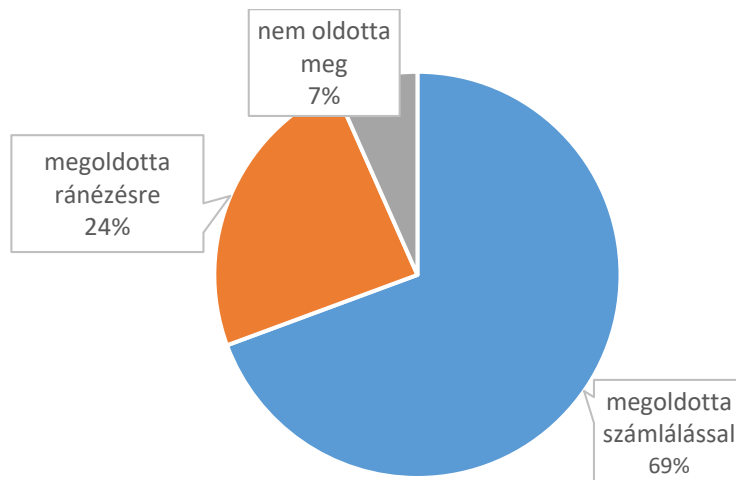
- d) Kirakunk egy kártyát, amin 5 pötty van. Rakj rá egy olyat, amin vagy ugyanannyi pötty van, vagy ugyanolyan színű! Ezután rakj (ha lehet, minél nagyobb számot), utána megint a gyerek tegyen a szabályoknak megfelelően. Törekedjünk arra, hogy a gyerek 4-szer rakjon és az előforduló számok 3-nál nagyobbak legyenek.

Ez tulajdonképpen UNO játék pöttyös kártyákkal, nagyon szépen szemlélteti az ugyanolyan és az ugyanannyi fogalmakat és az a)-c) feladatok kombinált változata. Annak ellenére, hogy ez egy összetett feladat volt, a gyerekek 81%-a sikeresen oldotta meg.

- e) Hány pöttyöt látsz ezen a két kártyán összesen? (piros 2+zöld 3)

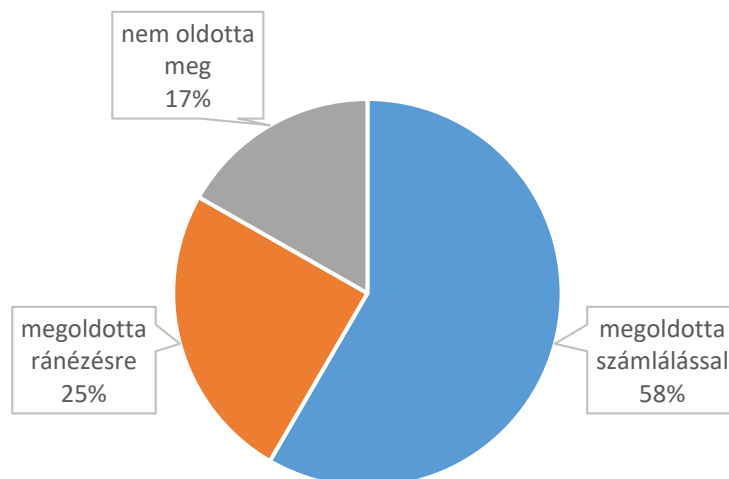
<sup>4</sup> Természetesen a gyerekek szétvágva, egyesével kapták meg a piros, kék, zöld kártyákat.

A piros kártyán levő pöttyök a szokásos (a dobókockán látható) elhelyezkedésűek, míg a zöld kártyán a pöttyök mérete és elhelyezkedése is szokatlan. A megoldási arány így is magas (93%), azonban nem meglepő, hogy a gyermekek 69%-a csak számlálással tudta megoldani a feladatot.



f) Keress olyan kártyát, amivel ezt is 5-re tudod kiegészíteni (piros 1)

Ez a feladat az e) rész nehezített változata. Érdekes azonban megfigyelni, hogy azoknak a gyerekeknek az aránya változatlan, akik ránézésre oldották meg a feladatot (azaz biztosabb a számfogalmuk). Azoknak a gyerekeknek az aránya viszont, akiknek nem elég biztos még a számfogalmuk (azaz számlálással oldották meg a feladatot) már csak 58%, az e) részben kapott 69%-hoz képest.



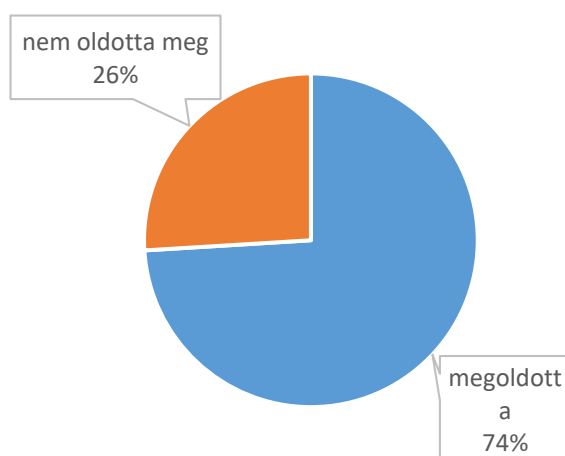
g) Hány pöttyöt látsz ezen a két kártyán összesen? (piros 7+piros 3)

Ez egy viszonylag könnyű feladat (igazából csak a következő kérdést készíti elő), így nem meglepő a magas, 89%-os megoldási arány.

h) Keress olyan kártyát, amivel ezt is 10-re tudod kiegészíteni! (kirakjuk a 8 pöttyöt tartalmazó piros kártyát)

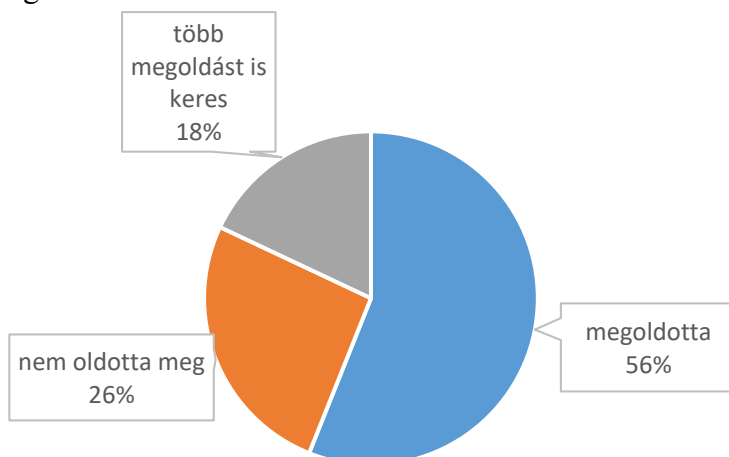


Jól mutatja a feladat nehézségét, hogy már csak a gyerekek 74%-a tudta megoldani. Bár az előző kérdés megfelelően készítette elő ezt a kérdést, mégis nagy kreativitást igényelt a gyerekektől, így nem meglepő a megoldási arány jelentős csökkenése.



i) *Keress a készletből még olyan párokat, amelyekben összesen 10 pötty van!*

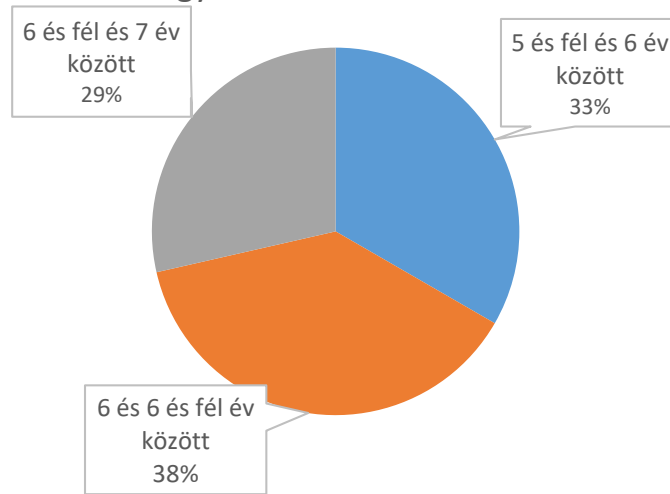
Annak ellenére, hogy tovább nehezítettük a feladatot, hiszen számfogalom magasabb szintjét és még nagyobb kreativitást kívánt, összességében mégis a gyerekek 74%-a meg tudta oldani, úgy ahogyan az előző kérdés esetében is. Nagyon szerencsés az is, hogy a gyerekek 18%-a megpróbált több megoldást is keresni.



### 3. Összegezés

A felmérésből egyértelműen látszik, hogy a gyerekek nagyon szívesen dolgoztak a macis logikai készlettel, tehát az ilyen vagy ehhez hasonló logikai készleteknek van helyük és szerepük is az óvodákban. Minden megfigyelt óvodás élvezettel hajtotta végre a feladatok nagy részét, kedvüket esetleg csak a fáradtság szegte. Az előzetes vizsgálatokból kirajzolódik az is, hogy a logikai képességek nincsenek feltétlenül szoros kapcsolatban az életkorral, több 5 és fél éves gyereknél is előfordult ugyanis az, hogy sikeresebben és gyorsabban oldották meg a feladatsort, mint 7 éves társaik.

### A legjobb eredményt elért gyermek életkora



Bár a számfogalommal kapcsolatos feladatok kiértékelése még jelenleg is zajlik, néhány eredmény már ebben a fázisban is kirajzolódni látszik. Az előzőekben bemutatott feladatnál azt tapasztaltuk, hogy a gyerekek – életkoruktól függetlenül – lelkesen végezték a különböző tevékenységeket a pöttyös kártyákkal, s ez azért is biztató, mert ez a feladat meglehetősen összetett volt.

Érdekes volt megfigyelni, hogy a fiatal (5 és fél és 6 év közötti) gyermekek nagyon lelkesek és sikeresek is voltak. Néhány szöveges megjegyzés az értékelőlapjukról:

„Először nem értette, hogy mi a feladat, de egy kis magyarázattal megértette. A harmadik, negyedik körnél már rájött, hogy ránézésre is meg tudja állapítani a pöttyök értékét. (Először számlált.) Nagyon élvezte ezt a feladatot, miután ráértett. A h)-t nagyon gyorsan megoldotta, az i)-nél négy párt is keresett.” (5 és  $\frac{3}{4}$  éves)

„A h)-t, i)-t nagyon élvezte! Utána még akart ezzel játszani, így 12-re is megcsináltuk.” (6 éves)

„A számlálás segített az ellenőrzésben, a különbségre is figyel, mennyivel kevesebb vagy több. Az i)-nél több kártyával is megoldotta pl:  $1 + 2 + 7 = 10$ .” (5 és  $\frac{3}{4}$  éves)

Zárszóként álljanak itt egy 5 és fél éves óvodás szavai: „Nem hiszem el, hogy milyen ügyes vagyok!”

### Irodalom

C. Neményi E. 2010. *A természetes szám fogalmának kialakítása*. Budapest: ELTE Eötvös Kiadó.

Pintér K. 2013. *Matematika I. (tantárgypedagógia) óvóképzős hallgatók számára*. Szeged: Mentor(h)áló 2.0 Program.

[http://www.jgypk.hu/mentorhalo/tananyag/Matematika\\_I\\_tantrgyepedaggia/](http://www.jgypk.hu/mentorhalo/tananyag/Matematika_I_tantrgyepedaggia/)

(letöltve: 2019.05.06.)