Hogyan találhatja meg szerepét a matematikatörténet a tudománytörténet oktatásában?

Kallós Gábor
Széchenyi István Egyetem, Győr

Bevezetés

Ebben a tanulmányban az a célunk, hogy főbb vonatkozásaiban áttekintsük a matematika tudomány fejlődésének a történetét (nyilván az adott terjedelmi keretek között), és közben – megfelelő elemzéssel – a praktikum felől indulva (gyakorlati hasznosíthatóság) megvizsgáljuk a több évezredes kapcsolatokat más tudományterületekkel, más tudományok fejlődésével.

Az alkalmazott módszertan – a téma jellegéből adódóan – főként forráskutatás saját vizsgálatokkal. A témaválasztást az is indokolja, hogy kutatási eredmények szerint (és a szerző saját tapasztalatai alapján is) a diákok érdeklődését, figyelmét felkeltik az oktatás során a történeti betétek, a régi korok híres tudósairól szóló érdekes, akár vidám történetek.

1. A tudománytörténet-írás kialakulása, módszerei, területei

Bár híres tudósok munkásságáról, legendás alkotásairól, tetteiről már akár 4000 évvel ezelőttről is vannak feljegyzések, a modern tudománytörténet kialakulása csak az 1700-as évek végén kezdődött, és ez főként a francia felvilágosodáshoz (enciklopédista szellemiség) köthető. A régebbi korokra főként az jellemző, hogy krónikák és mítoszok alapján mesélték el egy-egy kiemelkedő tudós tetteit és munkásságát, ettől az időszaktól kezdve viszont egyre nagyobb hangsúlyt kapott a tudományos precizitás és szigor, az alapos forráselemzés mellett a forráskritikusság és különösen az alkalmazott módszerek alapos elemzése, a fejlődés bemutatása (Gazda–Szabó 2014).

Az általános tudománytörténeten belül mi most csak a reáltudományok fejlődésével foglalkozunk. Ezen belül a klasszikus kategorizálás megkülönbözteti a fizika és csillagászat (a világ fizikai törvényeinek a megismerése, kozmológia), biológia és kémia (élővilágtan, orvoslás), a földtudományok és a matematika fejlődését. Többen úgy vélekednek, hogy a tudománytörténetbe beletartozik az oktatás körülményeinek és fejlődésének áttekintése is – egyetemek alapítása, felsőfokú és középfokú oktatás (Gazda 1998).

A tudománytörténeti vizsgálatok/elemzések általános jellemzője, hogy a sikerhez nem elég csak a saját szűkebb szakterületünk megfelelő ismerete, hanem multidiszciplináris megközelítés szükséges, egyfajta „polihisztorság" (mint a régi tudósoknál). Fontos azt is látnunk, hogy nem lehet csak a jelenből kiindulva (mostani gondolkodásunk) helyesen megítélni egy sokkal korábbi kort, az emberek akkori alkotásait, tetteit. Hogy az elemzésnél helyesen járjunk el, át kell éreznünk az adott korábbi időszak tudásszintjét, sajátosságait, a gazdasági és társadalmi tényezők hatását.

A matematikatörténet-írás tudományának fejlődése önmagában is nagyon érdekes, és rendkívül nagy terület. Cantor például évtizedekig dolgozott nagy matematikatörténeti művén (*Vorlesungen über Geschichte der Mathematik,* 1880–1898, 3 vaskos kötet), amely a rengeteg munka és ráfordított idő ellenére is csonka maradt, a nagy mű 1750 körül befejeződik. Egy másik nagy kutató, Sarton matematika-fizika szakos diplomával és friss doktorival a kezében a teljes természettudomány-történetet akarta megírni (*Introduction to the History of Science,*

1927–1948), de összesen 49 év munkájával[1] is csak szintén 3 vaskos kötetig és a XIV. századig jutott (Gazda–Szabó 2014).[2] Ezek miatt is nyilvánvaló, hogy a jelenlegi kis tanulmányban csak egy átfogó, vázlatos képet adhatunk a matematikatörténetről a legfontosabb epizódokra összpontosítva. A bemutatást külön szövegközi jelzések nélkül nagy részben a Sautoy (2008) és a Gazda–Szabó (2014) művek alapján végezzük. Az illusztrációhoz bélyegképeket használunk.

2. Hipotézisek és beágyazás

A tanulmányban célunk, hogy alátámasszunk néhány feltevést. Ezek a megállapítások többé-kevésbé ismertek már a tudománytörténeti dolgozatokból. De mégis, így együtt, csoportosan megfogalmazva tekinthetők ezen tanulmány újszerű kutatási hipotéziseinek. Ezek a feltevések a következők.

A matematika minden történelmi korban indukálta a fejlődést. Egy igényesen fejlett, perspektivikus jövőt építő civilizáció a gazdasági-társadalmi szükségletek miatt szükségszerűen innovatív, és kedvező lehetőséget biztosit a nagy tudósoknak a nyugodt alkotómunkához. A legnagyobb matematikai felfedezések ráadásul szinte minden korban az éppen akkori legfejlettebb, gócpontországokhoz köthetők. (Hasonló, de ellentétes feltevés, hogy a tudományos alkotást nem támogató civilizáció kezdetben pang, majd visszafejlődik.)

Az elméleti eredmények direkt gyakorlati alkalmazhatósága (praktikum) minden korszakban fontos szempont. Természetesen egy-egy adott korban más és más lehet a fő gyakorlati „csapásirány”, de a fontosság vitathatatlan.

Hasonlóan fontosak a más (részben gyakorlati, részben elméleti) tudományterületeken történő alkalmazások (csillagászat, fizika, navigáció-térképészet, kémia stb.). A matematika történetének bemutatása megfelelően alapos módon nem is képzelhető el a más területekre történő kitekintés nélkül.

A fejlődés jóval kisebb mértékben Európa-középpontú, mint ahogy azt sokan első megközelítésben gondolnák. Sok esetben lenyűgöző az ókori matematikusok tudása (Neugebauer 1984). Az európai felfedezések jelentős része csak újrafelfedezés.

Oktatási kapcsolat: a fejlődésben jól megfigyelhető az absztrakciós szint fejlődése is. Ugyanezt a tanításban is tetten érhetjük, ahogy az egyre nagyobb diákok egyre mélyebb absztrakciós szintű feladatok megoldására képesek. (Például: egész számok, törtek, szimbólumok; elsőfokú egyenlet, másodfokú egyenlet stb.)

A tanulmány távlatibb célja egy olyan matematikatörténeti előadássorozat előkészítése is, amely egy – már nagyjából kész – általános tudománytörténeti szemeszterbe csatlakozna be. Ez indokolja a cím választását is.[3]

3. Korszakok és tudósok, kronológia: Egyiptom, Mezopotámia, ókori Görögország

A legkorábbi idők matematikatörténetének felderítését lényegében ellehetetleníti az a tény, hogy a kezdetekről nem maradtak fent írásos feljegyzések. Abban azonban teljes egyetértés van a kutatók között, hogy a matematikai ismeretek (és hozzá kapcsolódva: naptárkészítés, évszakok változása, égi mozgások) a társadalom szempontjából már az ősi korokban is rendkívül fontosak voltak (akár még a puszta túlélés szempontjából is). Később a kiépülő ókori birodalmak fejlődő államigazgatása is nagymértékben indukálta a matematika fejlődését.

Az ókori Egyiptomban már használták a törteket (csak $1/n$ alakban), ismertek közelítő képletet a pi számra, sok esetben tudtak felszínt és térfogatot számolni. Tízes rendszerben

[1] Rengeteg időt töltött kora középkori arab kéziratok tanulmányozásával és fordításával.
[2] Figyelemre méltó magyar kísérlet egy hasonló szintézisre (egy elegáns kötetben) a Both–Csorba (2003) mű.
[3] Több magyar egyetem jelenlegi oktatási kínálatában is szerepel matematikatörténeti kurzus (lásd irodalom). Sajnos ezek száma most kevesebb, mint korábban volt.

számoltak, de a helyiértéket nem ismerték. Az egyik legérdekesebb fennmaradt forrás a Rhind-papirusz (Kr. e. 1650 k.), szerzője: Ahmesz. Ez matematikai feladatok tankönyvszerű gyűjteménye, és hivatkozása szerint nagyobb részben egy jóval (több száz évvel) korábbi dokumentum másolata.

Az ókori Babilonban már használtak ősi egyenleteket. Nekik köszönhetjük a 60-as számrendszert és a mai időmérés elvét is, már használták a helyiértéket (a nullát jegyként még nem). Foglalkoztak másodfokú egyenletek megoldásával, pontos ismereteik voltak a derékszögű háromszögekről. A püthagoraszi számhármasokat bemutató Plimpton 322 agyagtábla – Kr. e. 1800 körül, több mint 1000 évvel Püthagorasz (másként: Pitagorasz) előtt – általános vélekedés szerint jelenleg a számelmélet általunk ismert legrégebbi fennmaradt dokumentuma. A babiloni matematikára jellemző, hogy – Egyiptomhoz hasonlóan – gyakorlati feladatok megoldására összpontosítottak, nem foglalkoztak általánosítással és diszkusszióval.

Az ókori hellén világ áttörést hozott azzal, hogy megjelent a deduktív gondolkodási ötlet, az axiómákon és definíciókon alapuló állítások és bizonyítások rendszere. Emellett természetesen a gyakorlati (már mondhatjuk: „mérnöki”) alkalmazások továbbra is rendkívül fontosak voltak. Fennmaradt például, hogy Eupalinosz (Megara, Kr. e. 550 körül) olyan alagutat fúrt (sikeresen) két oldalról a sziklába, amely nagyjából 1000 méter hosszú volt!

Thalész (Milétosz, Kr. e. VI. sz.) geometriai tételeiről híres. Püthagorasz és tanítványai (iskola: Számoszban, Kr. e. VI–V. sz.) igen jelentőset alkottak a geometria és a számelmélet területén. A derékszögű háromszögekre kimondott és igazolt tétel mellett ők mutatták be az első ismert indirekt bizonyítást, miszerint a kettő négyzetgyöke nem racionális szám. Platón szerint (Kr. e. IV. sz.) a geometria a kulcs a világ titkainak megismeréséhez. Az anyagi elemeket (tűz, víz, föld, levegő és összességük) az ismert öt szabályos testbe foglalta.

Eukleidész (másként: Euklidesz, Kr. e. IV. sz.) az ókori Alexandriában alkotott, amelynek könyvtára a korabeli tudományos világ központja volt. *Elemek* című műve (13 kötet) az ókor talán legjelentősebb matematikai alkotása a geometria lenyűgözően elegáns axiomatikus felépítésével. A tudósnak Ptolemaiosz egyiptomi királyhoz intézett válasza, miszerint a matematikához/geometriához nem vezet királyi út, napjainkban is fontos tanulsággal szolgál. A geometria mellett az aritmetikáról is kiváló áttekintést adott, a legnagyobb közös osztó meghatározására bemutatott algoritmusát napjainkban is használjuk.

Arkhimédész (Siracusa, Kr. e. III–II. sz.) munkássága mindenki számára ismert fizikai tételéről és trükkös hadiszerkezeteiről, de a legjobban talán a kört és a szabályos sokszögeket szerette („Ne zavard köreimet!”). Terület- és térfogatszámításai során bevezette a határérték fogalmát is (természetesen nem a mai formalizmussal).

A görögök már ekkor készítettek szinusz táblázatokat (konkrét értékek), meg tudták határozni a Föld kerületét (Eratoszthenész és Ptolemaiosz), továbbá eljutottak a heliocentrikus (napközéppontú) rendszerhez is, igaz, ez nem vált általánossá.

1. ábra Neves ókori görög matematikusok bélyegeken (Eukleidész, Püthagorasz, Arkhimédész)
Forrás: https://mathematicalstamps.eu és https://www.stampcommunity.org (letöltve: 2021.10.11.)

4. Kína, India és az arab világ

A nagy keleti birodalmak is jelentősen hozzájárultak a matematika fejlődéséhez.

Az ókori Kínában a mértékek finoman kidolgozott rendszerével találkozhatunk, és a birodalom működtetéséhez sok területen szükség volt a fejlett matematikára (például fizetések és adók, vagy akár a nagy fal építéshez felhasznált építőanyagok mennyisége). Matematikusaik briliáns egyenletmegoldásokat tudtak bemutatni egészen bonyolult esetekben is (kínai maradéktétel, maradékos egyenletrendszerek). Már a középkorban eljutottak a harmadfokú egyenletek közelítéssel történő megoldáshoz. (Európában több száz évvel később Newton volt képes erre először.)

Az ókori Indiának köszönhetjük a ma is használt tízes helyiértékes számrendszerünket (Kr. u. 300 körül), amely egyfajta univerzális emberi nyelvnek is tekinthető. A legérdekesebb a nulla szám és szimbólum kialakulása. Először (sokáig) csak üres helyet jelöltek, amely vélhetően a hittel való kapcsolatból (semmi, nirvána) eredt. Kr. u. 600 körül jelent meg az önálló 0 jel, amely forradalmi áttörés volt a számítási kényelem és hatékonyság tekintetében. Már az ókorban használták a negatív egészeket is (absztrakció eredménye), fejlett trigonometriai ismereteik voltak, és ezeket alkalmazták is a távolságmérésben és a csillagászatban, hasonlóan az ókori görögökhöz.

Brahmagupta (Kr. u. VII. sz.) meg tudott oldani másodfokú egyenletrendszereket két ismeretlennel. Az ismeretleneket különböző színekkel jelölte. (Ez a tudás csak Fermatnál jön elő, nagyjából 1000 évvel később.) Bhaskara II, a „tanár” 1100 körül a 0-val való osztás nyomán eljutott a végtelen fogalmáig, nagyjából úgy, ahogy azt ma is bevezetjük a matematika kurzusokon. Mádhava (Kerala, 1400 körül) a végtelen sorok elméletével foglalkozott, és elvileg pontos (végtelen) formulát adott meg a pi számra a korábbi közelítések helyett. (Ezzel szintén kb. 250 évvel megelőzte Newton és Leibniz hasonló eredményeit.)

Miután Justitianus császár bezáratta az alexandriai könyvtárat (vallási okok miatt), az ókori műveltség fénylő lámpását az arab világ vitte tovább. Az első időkben főként a korábbi tudományos anyagok összegyűjtésével, fordításával és másolásával foglalkoztak (például Bölcsesség háza, Bagdad), de utána már továbbfejlesztették az eredményeket. A geometria mellett (építészet, szimmetria) nagy hangsúlyt fektettek a számításokra.

M. al-Hvarizmi (IX. sz.), a zseniális arab tudós általános műveletvégzési eljárást dolgozott ki többféle feladatra, például a hatványozásra vagy az első- és másodfokú egyenletek megoldására (megoldóképlet). Nevéből származik a mai „algoritmus” szavunk, egyenletmegoldási eljárása (aldzsabr wa’l-mukabala) pedig a mai „algebra” szavunkat rejti. Omar Khájjam, a költő (Perzsia, 11. sz.) az irodalom mellett a harmadfokú egyenletek megoldása területén is jeleskedett. Szisztematikus elemzést adott, még geometriai kapcsolattal (megoldóképlet nélkül).

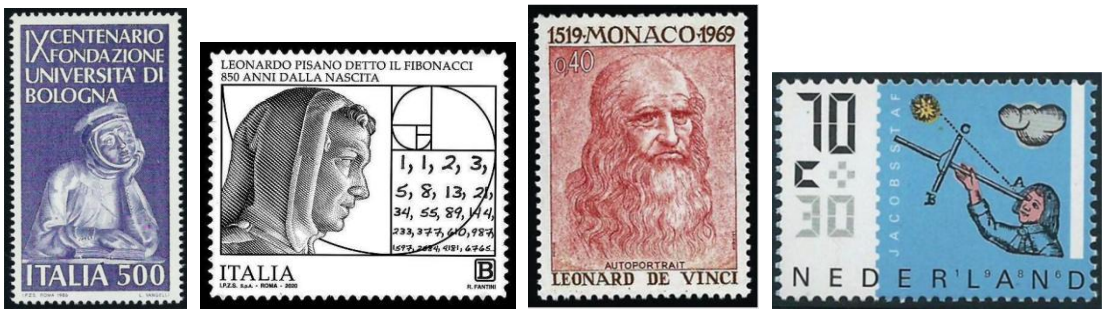
2. ábra A keleti matematika jeles eredményei és kiváló arab matematikusok (Al-Hvarizmi, O. Khájjam)
Forrás: https://mathematicalstamps.eu és https://www.stampcommunity.org (letöltve: 2021.10.11.)

5. Középkor és újkor az 1800-as évekig, Európa

A XIII. század elejétől a tudományos fejlődés fő csapásiránya lassan-lassan újra Európába tért vissza. A pezsgő kereskedelem, a mozgalmas városkultúra, a pénzgazdálkodás és a sorban alakuló egyetemek kedvező légkört teremtettek.

Fibonacci (pisai Leonardo) ismert híres sorozatáról, de emellett döntő érdeme van többek között a tízes számrendszer európai bevezetésében és elterjesztésében is a korábbi római számok helyett (keleti utazásai után).

Az itáliai egyetemeken az 1400-as évek végétől érdekes matematikai versenysorozat bontakozott ki, amelynek célja a harmadfokú (és később negyedfokú) egyenletek megoldása volt. Az általános megoldóképletig[4] Tartaglia, Cardano és Ferrari munkássága vezetett el. Ez volt az első olyan jelentős siker, amely túlszárnyalta az ókori matematikusok eredményeit. Az építészet, a művészetek (reneszánsz) és a navigáció támasztotta igény a perspektíva és az ábrázoló geometria fejlődésének is kedvező terepet biztosított (festő-matematikusok).



3. ábra A matematika európai fejlődéséből, középkor: Bolognai egyetem, Fibonacci, L. da Vinci, navigáció
Forrás: https://mathematicalstamps.eu és https://www.stampcommunity.org (letöltve: 2021.10.11.)

Az 1600-as évek elejétől rendkívül dinamikusan fejlődő időszak kezdődött a matematikai tudományok területén (is) Európában (Németalföld, Franciaország, Anglia – Oxford, Cambridge). A háttérben most is az erős gazdasági-társadalmi igény mint fő hajtóerő állt (pontos számítások aritmetikai gépek is, például Pascal). Az egységesülő jelölésrendszer, a szigorodó, egyre pontosabb megalapozás és a nyomtatott források terjedése következtében a matematika lassan egyszerre vált a közösség számára elérhetővé, de ugyanakkor egyre bonyolultabbá is.

Descartes (Franciaország és Németalföld) eredeti foglalkozását tekintve filozófus, de nevét mégis leginkább az általa megalkotott koordináta rendszer tette ismertté. A geometria és

[4] A képzetes számokkal való műveletvégzésig is eljutottak (definiálták azt), de nem tartották őket valódi számoknak.

az algebra közötti kapcsolatokkal ügyesen le tudta írni az objektumok egyenleteit térben is. A matematikai logika terén is nagyot alkotott.

Mersenne és de Fermat egyes speciális számok és a prímek világában kerestek mintákat. Az akkoriban divatos levelezések már együttműködő csapatba kapcsolták össze a matematikusokat. Fermat, a műkedvelő jogász matematikus a modern számelmélet egyik atyja. Legendás utolsó tétele mellett nagyon fontos a „kis tétele” is, a gyors (előzetes) prímtesztéléshez ez a legjobb módszerünk. Rendkívül elegáns és szép eredménye, hogy minden $4k + 1$ alakú prím felírható két négyzetszám összegeként.

Newton a modern kalkulus (matematikai analízis) szép és bonyolult rendszerének egyik megalapozója. Zseniális felfedezéseiről mindenki hallott (gravitáció, bolygómozgások); mérnökök, fizikusok és csillagászok alkalmazzák az elméletét napjainkban is. A pillanatnyi távolságváltozás, sebességváltozás szoros kapcsolata a differenciál- és integrálszámítással alapvető ismeret a felsőfokú matematika kurzusokon. Kezdetben barátja, később inkább már nagy riválisa volt Leibniz (Németország), aki a kalkulus-elméleti munka mellett mechanikus számológépet is készített (kettes számrendszer). A fellángolt vitában később az az akadémiai döntés született, hogy bár Newton jobb volt az eredeti ötletekben (alapvetően függetlenül dolgoztak), az egységesen precíz kidolgozás és a megfelelő jelölésrendszer sokkal inkább Leibniz (és munkatársai) érdeme.

4. ábra Neves európai matematikusok az 1600-as és 1700-as évekből (Descartes, Fermat, Newton, Leibniz)
Forrás: https://mathematicalstamps.eu és https://www.stampcommunity.org (letöltve: 2021.10.11.)

Híres matematikusdinasztia volt a Bernoulli család Baselben (Svájc). Johann és Jakob sokat segítettek Leibniznek a kalkulus precíz leírásában. Szintén svájci származású a kortárs Euler, a rendkívül tehetséges matematikus. Ő Daniel Bernoulli hívására Szentpétervárra költözött, közben egy hosszabb berlini kitérővel. Rendkívüli munkabírású tudós volt, életének alkonyán teljesen vakon is sokáig dolgozott még. Hozzá kötődik sok mai jelölésünk (e szám, I szám, π szám), az $e^{I\cdot\pi} + 1 = 0$ egyenlőség felfedezése és a bázeli probléma megoldása, miszerint $\sum 1/n^2 = \pi^2/6$. A függvénytan mellett nagyon érdekelték a prímszámok és olyan érdekes, új területek is, mint az akkor megszülető topológia (königsbergi hidak problémája, ez volt az első komoly gráfelméleti módszerekkel megoldott feladat). Euler fontos levelezőtársa volt Goldbach, akinek nevéhez kötődik az a nevezetes (máig nem bizonyított) sejtés, miszerint minden páros szám felírható két prím összegeként.

A XVIII. század második felétől a matematikai fejlődés fő áramlata előbb Franciaországba, majd Németországba került át („fontos és hasznos” matematika).

Fourier fontos eredménye, hogy a szinusz és koszinusz függvények végtelen sorával tetszőleges („nem csúnya”) függvény kifejezhető. A hővezetés matematikai feladatától eljutott a differenciálegyenletekig és a peremfeltételekig. Lagrange az 1700-as évek végének legnagyobb matematikusa volt. Munkássága meghatározó a későbbi fejlődés irányainak kijelölésével főként az analitikus függvénytan területén.

A francia Galois és a norvég Abel tragikusan rövid életében nagy a hasonlóság. Azzal a kérdéssel foglalkoztak, hogy vajon miért nem lehet megoldani bizonyos egyenleteket. A forradalmian új meglátás szerint struktúrákat kell tanulmányozni, nem alapvetően számokat (eredményük: az ötödfokú egyenletre már nem létezik általános megoldóképlet).

Gauss (Göttingen), a matematika fejedelme, már egészen fiatalon is lenyűgöző felfedezéseket tett (szabályos 17-szög szerkesztése, elliptikus görbék, Riemann-zéta függvény előképe). A kortársak elmondása szerint mindent tudott a matematikáról. Az a kérdés is erősen foglalkoztatta, hogy milyen a nem-euklideszi tér. Bolyai Farkas, a kiváló erdélyi matematikus a mester figyelmébe ajánlotta tehetséges fia, János művét a hiperbolikus geometriáról. Gauss elismerte ugyan János tudását, de tanítványául nem fogadta el, és eredményeit nem fogadta el újaknak (minősítése szerint mindezt ő már korábban kidolgozta). Riemann viszont azon kevesek egyike volt, akiket Gauss valóban támogatott. Briliáns újításokat hozott, többek között a magasabb dimenziós geometriák területén.

5. ábra Neves európai matematikusok az 1770-as, 1800-as évekből: Euler, Lagrange, Gauss, Bolyai F., Galois
Forrás https://mathematicalstamps.eu és https://www.stampcommunity.org (letöltve: 2021.10.11.)

6. Merre tart a matematika? A XX. század és a lehetséges jövő

Poincaré, az 1800-as évek második felének neves matematikusa (bolygópálya elemzés, káoszelmélet, topológia) filozófiával és matematikatörténettel is foglalkozott. Híres mondása: „Ha meg akarjuk jósolni a matematika jövőjét, az a leghelyesebb, ha előbb megvizsgáljuk a történetét és bemutatjuk a helyzetét.”[5]

A jövő előrejelzése természetesen a matematikában is nagyon nehéz és kétséges vállalkozás még a múlt alapos ismertében is.

Az 1900 nyarán, Párizsban megtartott matematikai kongresszus egyik legnagyobb sztárja a fiatal Hilbert volt, aki megalapozott kísérletet tett a fentiekre: 23 pontban összegezte a XX. század legnagyobb matematikai kihívásait, és ezzel kijelölte a fő irányokat. Hilbert optimista volt, és kijelentette, hogy előbb-utóbb minden kérdésre meglesz a válasz, bár nem feltétlenül az ő életében („Wir müssen wissen, wir werden wissen”).[6] Hilbertet mindenki csodálta a sokféle különböző megközelítés, az újszerűség és a megoldásaiban alkalmazott könnyedség miatt.[7]

[5] Mi is erre törekszünk most. Az idézet forrása: https://www.youtube.com/results?search_query=marcus+sautoy+story+of+mathematics (letöltve: 2021.10.03.)

[6] Az idézet forrása: https://www.swr.de/swr2/wissen/archivradio/aexavarticle-swr-42234.html (David Hilberts Radioansprache 1930)

[7] Egyik szép eredménye az, hogy bár végtelen sok egyenlet létezik, mégis a megoldhatóság típusainak szempontjából ezek véges számú csoportba sorolhatók.

Az első időszak alapvetően Hilbertet igazolta, néhány problémára sikerült választ találni. Ilyen például a bizonyos számok transzcendenciájáról szóló 7. kérdés. Más esetekben megalapozott volt a feltevés, hogy belátható időn belül meglesz a megoldás. Ide tartozik a 10. kérdés: Van-e olyan univerzális módszer, ami eldönti, hogy egy általános diofantoszi egyenletnek létezik-e egész szám megoldása? (A később igazolt válasz végül tagadó lett.)

A 2. probléma (igazoljuk, hogy a számkör axiómarendszere konzisztens) nyomán egy fiatal osztrák matematikus, Gödel (Bécs) elhatározta, hogy logikai alapra helyezi a teljes matematikát. Nagy munkával arra a meglepő eredményre jutott (1. és 2. nemteljességi tétel), hogy a formális-logikai axiómarendszer ellentmondásmentessége magán a rendszeren belül nem bizonyítható.

Eredetileg Cantor német matematikus fogalmazta meg azt a kérdést, ami a Hilbert-problémák közül az első: Van-e (közbülső) végtelen az egész számok végtelenje, $\aleph_0$, és a valós számok végtelenje, c között? A kontinuum-hipotézis azt mondja ki, hogy nincs ilyen. Cohen amerikai matematikus az 1960-as években igazolta, hogy úgy is felépíthető hibátlan matematika, ha ez a hipotézis igaz; és úgy is, ha nem (persze egy másik rendszer).[8]

A XX. század újabb fontos (és sajnos tragikus) területi változásokat is hozott. Az 1930-as évek második felétől a német Harmadik Birodalom ellehetetlenítette a zsidó származású német és (később) közép-európai tudósok, matematikusok munkáját.[9] Az üldöztetés elől többen az Egyesült Államokba menekültek, ahol tárt karokkal várták őket.

Az újonnan alakult Institute for Advanced Study (IAS) intézet (Princetown, 1930) például lényegében egy „importált” európai egyetem lett az USA-ban, ezzel (és más hasonló „importtal duzzasztott” intézményekkel) jó 500–600 év után újra földrészt váltott, és évtizedekre az Új Világba került át a tudományos fejlődés stafétabotja. Ilyen veszteség volt Európának többek között Weyl, Gödel, Cohen, Einstein, Neumann János, Teller Ede, Szilárd Leó, Wigner Jenő és sokan mások.[10] Már Amerikában született többek között a fenti Cohen-féle eredmény is.

Az 1950-es évek végétől a fenti problémák lassan enyhültek, később nyugvópontra jutottak. A legújabb korban a matematika fokozatosan nemzetköziesül (konferenciák, szaporodó tudományos folyóiratok), az internet elterjedésével a fejlődés még inkább többközéppontúvá vált.

Erdős Pál, az utazó matematikaprofesszor nemcsak kiváló eredményei és nevezetes pénzdíjas problémái alapján ismert a világban, hanem egyedi (utazó) életvitele és szellemes, humoros mondásai alapján is. Az emberi élettel kapcsolatban azt nyilatkozta, hogy a legnagyobb gond az, hogy „rövid ideig él az ember, és sokáig halott”.[11]

A matematikában mindig marad még bőven megoldandó feladat! Továbbra is nyitott a nevezetes Riemann-sejtés, amely Hilbert 8. problémája volt. Ez a kérdés a Riemann-féle zéta-függvény nem triviális gyökeivel kapcsolatos, de valójában a prímszámok eloszlásával is mély összefüggésben van. Rengeteg fontos tétel múlik rajta, és gyakorlati szempontból is nagyon érdekes a titkosító eljárások miatt. A prímszámok alapvető építőkövek a számok között; az, hogy van-e bármilyen szabály az egymásutániságukban, a laikusok számára is megvilágítja e sejtés fontosságát.

[8] Cantor az 1800-as évek végén mutatta be, hogy végtelen sokféle végtelen létezik ($\aleph_0 < \aleph_1 < \aleph_2 < \ldots$). Korábban még az volt az álláspont, hogy a végtelenek között nem lehet értelmesen különbséget tenni.
[9] Ezzel lényegében végleg szétrombolták a korábban rendkívül eredményes német matematikai iskolát.
[10] A veszteség a második világháború után is folytatódott térségünkben a kommunista diktatúra kiépülésével.
[11] Az idézet forrása: https://www.citatum.hu/szerzo/Erdos_Pal?r=6 (idézetek neves emberektől) (letöltve: 2021.10.03.)

Sautoy szerint „a matematikus mintákat, szabályokat keres; próbálja megérteni a sémát, a szerkezetet, a dolgok logikáját, hogy megmagyarázhassa a környező világ működését.”[12] A legfőbb hajtóerő pedig a problémamegoldás szeretete.

6. ábra Neves matematikusok a legújabb korból: Ramanujan, Hilbert, Neumann J., Chen Jingrun
Forrás: https://mathematicalstamps.eu és https://www.stampcommunity.org (letöltve: 2021.10.11.)

Az utolsó (6.) ábrán látható Ramanujan indiai matematikus szinte misztikus, nehezen megmagyarázható kapcsolatban állt a számokkal. Hilbertről fent írtunk. Neumann Jánosról az Egyesült Államokban is adtak ki bélyeget, nem csak nálunk. Chen Jingrun kínai matematikus tette eddig a legnagyobb lépést a Goldbach-sejtés megoldása felé.[13] A legutolsó bélyegkép a „matematikai nemzetközi év” színes reklámja.

Befejezés

Még rengeteg érdekes témáról folytathatnánk a történeti elemzést. Nevezetes megoldott (szögharmadolás, kör négyszögesítése, négyszíntétel) és továbbra is megoldatlan matematikai problémák (ikerprímsejtés, páratlan tökéletes számok) is vannak még bőven, de a terjedelmi korlátok miatt most a bemutatás végére értünk. A tanulmányban hipotézisként felvetett kérdéseket az elemzés visszaigazolja.

Az érdeklődő olvasó folytathatja az elmélyült „kirándulást” a matematikatörténet területén, mert a cikkben bemutatott szakirodalmakat úgy válogattuk, hogy jó áttekintést adjanak. (További hasznos hivatkozásokat is találunk bennük.)

Külön kiemelendő a Vekerdi László tudománytörténeti munkáiból készült komoly összefoglaló mű (Gazda–Szabó 2014) és a nagyon igényes, gondos, szinte művészi Both és Csorba (2003) könyve (általános tudománytörténet kisebb matematikai betétekkel). Felsőfokú matematikai elemzést és mély levezetéseket láthatunk Klukovits Lajos előadássorozatában és Simonovits András összefoglalójában (Klukovits 2020; Simonovits 2007). A matematikatörténet nagy problémáival foglalkozik Crilly (2011) műve. Lexikonszerű, érdekességekkel bővített színes bemutatást alkalmaz Sain (1974) könyvecskéjében.

[12] Az idézet forrása: https://www.youtube.com/results?search_query=marcus+sautoy+story+of+mathematics (letöltve: 2021.10.05.)

[13] Eredménye szerint minden kellően nagy páros szám felírható egy prím és egy szemiprím (kéttényezős prímszorzat) összegeként.

Irodalom

Both M.–Csorba L. 2003. *Források*. Budapest: Nemzeti Tankönyvkiadó.
Crilly, T. 2011. *Nagy kérdések – matematika*. Budapest: Geographia kiadó.
Gazda I. 1998. *Magyar tudománytörténet*. Piliscsaba: Magyar Tudománytörténeti Intézet.
Gazda I.–Szabó P. 2014. *Vekerdi László tudománytörténeti írásaiból*. Budapest: Magyar Tudománytörténeti Intézet.
https://mathematicalstamps.eu (letöltve: 2021.10.05.)
https://www.stampcommunity.org (letöltve: 2021.10.05.)
Klukovits L. 2020. *Fejezetek a matematika kultúrtörténetéből (előadás vázlatok).* Szeged: TTIK Bolyai Intézet. http://www.math.u-szeged.hu/~klukovit (letöltve: 2021.11.15.)
Neugebauer, O. 1984. *Egzakt tudományok az ókorban*. Budapest: Gondolat.
Sain M. 1974. *Matematikatörténeti ABC*. Budapest: Tankönyvkiadó.
Sautoy, M. 2008. *The Story of Math.* BBC Television Series (Youtube-on elérhető). https://www.youtube.com/results?search_query=marcus+sautoy+story+of+mathematics (letöltve: 2021.11.15.)
Simonovits A. 2007. *Matematikatörténeti vázlat*. Budapest: BME Matematikai Intézet.